

УДК 621.791.019

Гаєвський В. О., Гаєвський О. А., Зворикін К. О.

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Україна, м. Київ

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВЕЙБУЛІВСЬКОГО РОЗПОДІЛУ ДІАМЕТРУ ПОР

В роботі розрахунковим методом досліджено вплив значень параметрів розподілу Вейбула на його форму в діапазонах, характерних для змінюваності діаметру пор. Проведена адаптація ймовірнісної сітки до визначення параметрів Вейбулівського розподілу діаметру пор. На прикладі показано використання ймовірнісної сітки до визначення параметрів Вейбулівського розподілу діаметру пор за фактичними експериментальними даними. [dx.doi.org/10.29010/86.10]

Ключевые слова: розподіл Вейбулла; діаметр пор.

Вступ

Нормування вимог до пористості зварних швів зводиться до обмеження максимального розміру і відносної сумарної площі пор на поверхні зварного шва, на рентгенограмі або у поперечному зламі. Діаметр пори d визначають прямим виміром на рентгенограмі, поверхні зварного шва або у зламі. Діаметр пори є випадковою величиною і в умовах виробництва необхідно робити висновки про прийнятність зварного виробу і стану процесу зварювання по обмеженій кількості пор, які реєструються на одиничних ділянках зварного шва.

Закон Вейбулла адекватно описує змінюваність діаметру пор і використання цього статистичного закону дає можливість прогнозувати ймовірність невиконання вимог по діаметру пор в умовах виробництва. Для застосування закону Вейбулла необхідно знати актуальні параметри вейбулівського розподілу діаметру пор.

Постановка задачі

Умовами застосування статистичних методів у виробництві є їх простота, наглядність, очевидність отримуваних результатів. Для визначення параметрів вейбулівського розподілу цим умовам відповідає метод ймовірнісної сітки. Однак застосування цього методу потребує практичної апробації для експериментально отриманих значень діаметру пор.

Мета роботи — практична апробація використання ймовірнісної сітки до визначення параметрів вейбулівського розподілу діаметру пор.

Основна частина

За даними досліджень, проведеними Волченко В.Н. у МВТУ ім. Баумана [1], змінюваність діаметру пор d описується законом Вейбулла. Ці результати підтверджуються дослідженням залишкової пористості зварних виробів, які знаходяться в екс-

платуації [2] та експериментальними дослідженнями пористості швів [3, 4].

Розрізняють трьохпараметричний і двохпараметричний розподіл Вейбулла. По опублікованих результатах досліджень, змінюваність діаметру пор описується двохпараметричним розподілом Вейбулла.

З використанням розподілу Вейбулла можна визначити долю (частину) пор, які мають діаметр не більше ніж задане граничне значення d_* або ймовірність того, що діаметр пори не перевищує задане граничне значення діаметра пор d_* . Ймовірність не перевищення заданого граничного значення діаметру пор d_* розраховується як значення функції розподілу Вейбулла для заданого граничного значення d_* :

$$F(d_*, a_d, b_d) = 1 - e^{-\left(\frac{d_*}{a_d}\right)^{b_d}}, \quad (1)$$

де a_d – параметр масштабу (розміру) вейбулівського розподілу діаметру пор, мм;

b_d – параметр форми вейбулівського розподілу діаметру пор, б/р.

Ймовірність перевищення заданого граничного значення діаметру пор d_* може бути визначена

$$P(d > d_*) = 1 - F(d_*; a_d; b_d). \quad (2)$$

На рис. 1 приведена ілюстрація функції щільності ймовірності розподілу Вейбулла та визначення ймовірності не перевищення та перевищення заданого граничного значення діаметру пор d_* .

Ймовірність не перевищення діаметру пор d_* визначається площею, обмеженою графіком функції щільності ймовірності розподілу діаметру пор зліва від заданого граничного значення діаметру пор d_* , а ймовірність перевищення відповідно справа від заданого граничного значення діаметру пор d_* (див. рис. 1).

Значення параметрів розподілу однозначно визначають форму вейбулівського розподілу діаметру пор.

Вплив параметру масштабу. Параметр масштабу (розміру) a_d розподілу Вейбулла визначає ширину

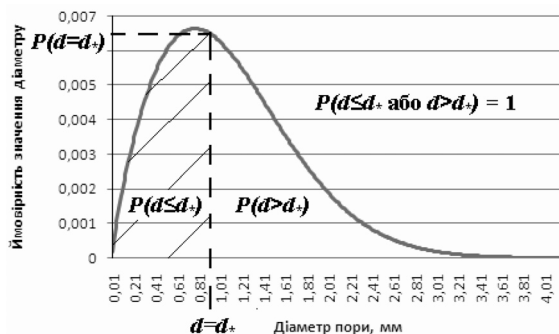


Рис. 1. Функція щільності ймовірності розподілу діаметру пор (для $a_d = 1,21$; $b_d = 1,791$ – що відповідає експериментально отримуваним значенням параметрів розподілу)

діапазону реально можливих діаметрів пор. Чим більше значення a_d , тим ширше цей діапазон, 63,2% всіх пор зварного шва мають діаметр, що не перевищує значення параметру масштабу розподілу Вейбулла ($P(d \leq a_d) = 0,632$).

На рис. 2 представлено результати розрахунку впливу на функцію щільності розподілу діаметру пор збільшення параметру масштабу розподілу Вейбулла від $a_d = 0,66$ до $a_d = 1,66$.

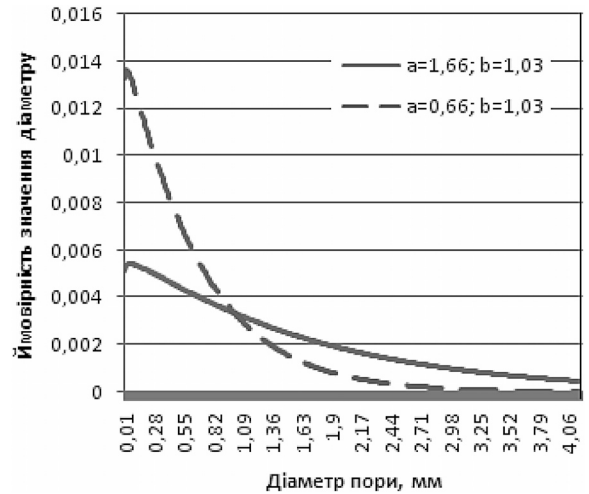


Рис. 2. Функція щільності ймовірності розподілу діаметру пор (для $a_d = 0,66$; $b_d = 1,03$ та $a_d = 1,66$; $b_d = 1,03$)

Вплив параметру форми. При відносно невеликих значеннях параметру форми b_d збільшення значення параметру масштабу від $a_d = 0,66$ до $a_d = 1,66$ приводить до розширення діапазону можливих значень діаметру пор і вирівнювання кількості пор для різних діаметрів.

Параметр форми b_d визначає локалізацію значень діаметру пор по розподілу Вейбулла. На рис. 3 показані результати розрахунків впливу збільшен-

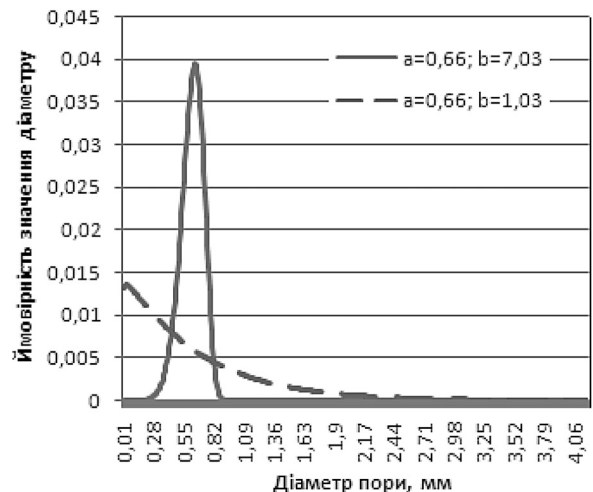


Рис. 3. Вплив параметру форми на розподіл Вейбулла (для $a_d = 0,66$; $b_d = 1,03$ та $a_d = 0,66$; $b_d = 7,03$)

ня значення параметра b_d на форму розподілу Вейбулла, від $b_d = 1,03$ до $b_d = 7,03$.

Розрахункові графіки рис. 3 показують, що значенню параметру форми $b_d = 1,03$ відповідає ситуація максимальної кількості пор малого діаметру, із збільшенням діаметру кількість пор зменшується. Для значення параметру форми $b_d = 7,03$ максимум кількості пор приблизно відповідає значенню параметру масштабу $a_d = 0,66$, з віддалення діаметру пор від $a_d = 0,66$ їх кількість дуже швидко зменшується.

В цілому значення параметру форми b_d розподілу Вейбулла визначається стабільністю утворення пор з діаметром близьким до значення параметру масштабу a_d . Чим більше значення b_d , тим більша доля пор з діаметром, наближеним до значення параметру масштабу a_d .

На рис. 4 представлені результати розрахунку впливу значення параметру масштабу (розміру) a_d на розподіл діаметру пор при відносно великому значенні параметру форми $b_d = 7,03$.

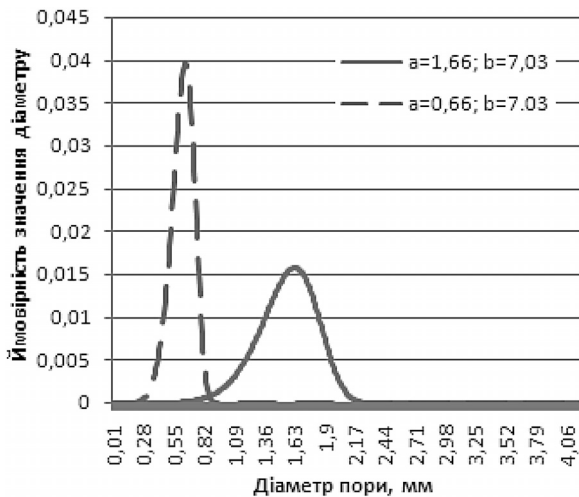


Рис. 4. Вплив параметру масштабу (розміру) на розподіл Вейбулла (для $a_d = 0,66; b_d = 7,03$ та $a_d = 1,66; b_d = 7,03$)

Збільшення значення параметру масштабу від $a_d = 0,66$ до $a_d = 1,66$ приводить до зміщення максимальної кількості пор з діаметром приблизно 0,66 мм до діаметру приблизно 1,66 мм. При цьому суттєво розширюється діапазон можливих значень діаметру пор. Чим більше значення параметру масштабу a_d тим більше значення середнього діаметру пор.

Таким чином, параметр масштабу a_d і параметр форми b_d однозначно задають розподіл Вейбулла. Для статистичного аналізу даних по розподілу ді-

метру пор, в досліджуваних умовах слід визначити фактичні значення параметру масштабу a_d і параметру форми b_d . Ці значення є статистичними характеристиками змінюваності діаметру пор.

Одним з методів встановлення значень параметрів розподілу Вейбулла, рекомендований для застосування, є графічний метод з використанням ймовірнісної сітки (ймовірнісного паперу).

Нами адаптовано ймовірнісну сітку до вейбулівського розподілу діаметру пор.

Вертикальна вісь сітки має нелінійну шкалу, пропорційну ймовірності того, що діаметр пори не перевищує задане значення d_* . Горизонтальна вісь сітки має шкалу логарифмів діаметру пори.

Значення ординати «y» визначені розрахунком:

$$y = \ln[-\ln(1 - F(d_*))] = b_d \times \ln \frac{d_*}{a_d} = 2,303 \times b_d \times (\lg d_* - \lg a_d). \quad (3)$$

Горизонтальна логарифмічна шкала «x» отримана логарифмуванням діаметру пори з діапазону значень, які реєструвалися в експериментах — від 0,1 до 3,5 мм.

$$x = \lg d_*. \quad (4)$$

Дані розрахунків горизонтальної шкали приведені у табл. 1

За допомогою ймовірнісної сітки за даними експерименту можна визначити параметри Вейбулівського розподілу діаметру пор. Для цього необхідно виконати наступні дії.

1. Розбити область можливих значень діаметру пор на діапазони шириною по 0,5 мм.
2. Реєструвати кількість виявлених пор, для кожного діапазону окремо (n_i — кількості вимірів діаметру пори, що потрапляють в i -тий діапазон).
3. Для кожної границі діапазону d_{*i} (визначається як максимальне значення діаметру пори, що потрапляє в діапазон) визначити N_i — кількість пор, діаметр яких не перевищують граничного значення діапазону (визначається як сума всіх пор, діаметр яких не перевищує граничного значення діапазону).
4. Розрахувати оціночну ймовірність не перевищення граничного значення діапазону діаметру пори:

$$F(d_{*i}) = \frac{N_i - \frac{3}{8}}{N + \frac{1}{4}} \times 100\% \quad (5)$$

Таблиця 1

Дані для побудови горизонтальної шкали ймовірнісної сітки розподілу Вейбулла

Діаметр пори d^* , мм	0,1	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5
$\lg(d^*)$	-1,000	-0,301	0,000	0,176	0,301	0,398	0,477	0,544

де N – загальна кількість зареєстрованих пор, для яких визначався діаметр.

5. Кожний діапазон в якому реєструвалися пори дає точку на ймовірнісній сітці. Координата x цієї точки дорівнює d_i – верхньому граничному значенню діапазону діаметрів пор, а координата y розрахованому значенню $F(d_i)$ – оціночної ймовірності не перевищення граничного значення діапазону діаметру пор.

Якщо точки на ймовірнісній сітці вишиковуються у пряму лінію, то це свідчить на користь того, що діаметр пор дійсно розподіляється згідно із законом Вейбулла. По розташуванню прямої лінії, апроксимуючої положення експериментальних точок, визначають кількісні значення параметрів Вейбулівського розподілу діаметру пор.

Для демонстрації застосування ймовірнісної сітки у табл. 2 зведені дані експериментального дослідження стійкості до утворення пор при зварюванні під флюсом АН-348А за методикою [5].

Дані табл. 2 занесені на ймовірнісну сітку як точки, через які проведена апроксимуюча пряма. Результат представлений на рис. 5.

Значення параметра масштабу a_d розподілу Вейбулла визначається по точці перетину прямої, яка апроксимує результати експериментального визначення діаметру пор на ймовірнісній сітці, з горизонтальною лінією $y = 0$. У цій точці ймовірність не перевищення заданого діаметром значення $d_* = a_d$ складає $F(a_d) = 0,632$ (див. рис. 5). У наведеному прикладі точка перетину має координату горизонтальної логарифмічної шкали 0,18. Тобто, в наведеному прикладі $\lg(a_d) = 0,18$, отже, $a_d = 10^{0,18} = 1,51$ (мм). Отримане значення параметра масштабу $a_d = 1,51$ мм можна інтерпретувати таким чином, що за досліджуваних умов зварювання, 63% пор, мають діаметр не більше ніж 1,51 мм.

Розрахункова формула для параметру форми b_d виводиться з рівняння (3):

$$b_d = \frac{y}{\ln\left(\frac{d_*}{a_d}\right)} \quad (6)$$

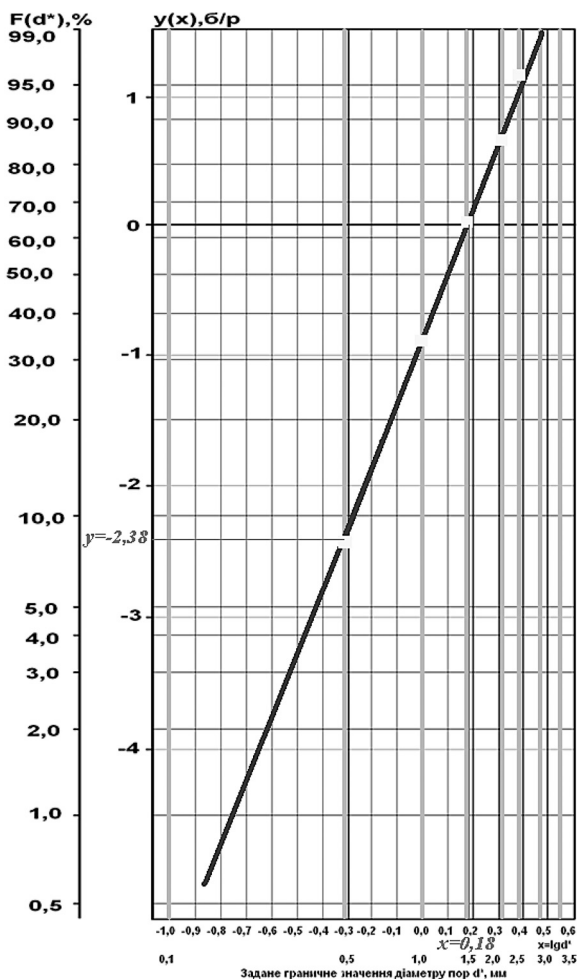


Рис. 5. Визначення параметрів розподілу діаметру пор за допомогою ймовірнісної сітки

Для визначення за допомогою ймовірнісної сітки значення bd – параметру форми розподілу Вейбулла, необхідно для будь-якого діаметру пори (у прикладі на рис. 5 прийнятий діаметр пори $d_* = 0,5$ мм) знайти відповідне йому значення y (у прикладі на рис. 5 $y(0,5) = -2,38$). Підстановкою у формулу (2.8), з врахуванням знайденого раніше значення параметра масштабу $a_d = 1,508$ мм, знаходимо значення параметра форми для даного прикладу $b_d = 2,159$ б/р.

Таблиця 2

Експериментальні дані для оцінювання значень параметру розміру a_d та параметру форми b_d Вейбулівського розподілу діаметру пор

№ п/п	Діапазон діаметрів пор, мм	Ni, шт	N, шт	d*i, мм	F(d*i), %
1	0...0,5	26	301	0,5	8,5
2	0,6...1,0	102		1,0	33,7
3	1,1...1,5	191		1,5	63,3
4	1,6...2,0	256		2,0	84,9
5	2,1...2,5	289		2,5	95,8
6	2,6...3,0	301		3,0	99,8
7	3,1...3,5	301		3,5	99,8

Висновки

Показано, що параметри (a_d – параметр розміру та b_d – параметр форми) Вейбулівського розподілу діаметру пор суттєво впливають на його форму. Параметри Вейбулівського розподілу діаметру пор можуть бути визначені графічним методом, оснований на застосуванні ймовірнісної сітки, адаптованої до розподілу діаметру пор.

Подальші дослідження доцільно зосередити на дослідженні застосування розрахункових методів до визначення параметрів розподілу діаметру пор.

Позначення

d – діаметр пори;
 d_* – граничне (максимально допустиме) значення діаметру пори;
 a_d – параметр розміру Вейбулівського розподілу діаметру пор;
 b_d – параметр форми Вейбулівського розподілу діаметру пор;
 $F(d_*, a_d, b_d)$ – функція розподілу Вейбулла для заданого граничного значення d_* ;
 n_i – кількості вимірів діаметру пори, що потрапляють в i -тий діапазон діаметрів;

N_i – кількість пор, діаметр яких не перевищують граничного значення діапазону діаметрів;

N – загальна кількість зареєстрованих пор, для яких визначався діаметр.

Література

- [1] Волченко В.Н. Оценка и контроль качества сварных соединений с применением статистических методов. М.: Изд-во стандартов, 1974. 159 с.
- [2] Бурнашев А.В., Большаков А.М. Эксплуатационная надёжность конструкций севера. // <http://rudocs.exdat.com/docs/index-370719.html>
- [3] Гаєвський В.О., Прохоренко В.М. Розрахунок ймовірності виконання вимог до діаметра пор у зварних швах. // Наукові вісті НТУУ "КПІ", – 2014р. – №2(94). – С.35–38.
- [4] Gaievskiy V. Limitation of risks of non-compliance of weld metal porosity / V.Gaievskiy, V.Prokhorenko, M.Ziberov // *Graduaзro em Engenharia Mecvnica*. – 2014. – v. 1. p. 4-7.
- [5] Держ. патент на кор. мод. України № 92690. Спосіб оцінки схильності зварювальних матеріалів до водневої пористості / В.О.Гаєвський, В.М.Прохоренко (Україна). МПК (2009), В23К 28/00, № u 2014 03632, заявл. 08.04.2014, опублік. 26.08.2014, Бюл. №16.

Haievskiy V. O., Haievskiy O. A., Zvorykin C. O.

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kiev Polytechnic Institute». Ukraine, Kiev

DETERMINATION OF THE PARAMETERS OF THE WEIBULL DISTRIBUTION OF PORE DIAMETER

The effect of the values of the Weibull distribution parameters on its shape in the bands characteristic for the pore diameter variation is investigated in the work by the calculation method. An adaptation of the probabilistic grid to the determination of the parameters of the Weibull distribution of pore diameter was made. The example shows the use of a probabilistic grid to determine the parameters of the Weibull distribution of the pore diameter by the actual experimental data. [dx.doi.org/10.29010/086.10]

Keywords: Weibull distribution; pore diameter.

References

- [1] Volchenko V. N. Ocenka i kontrol kachestva svarnyh soedinenij s primeneniem statisticheskikh metodov. M.: Izd-vo standartov, 1974. 159 s.
- [2] Burnashev A. V., Bolshakov A. M. Jeksplyuacionnaja nadjozhnost' konstrukcij severa. // <http://rudocs.exdat.com/docs/index-370719.html>
- [3] Gaevskij V. O., Prohorenko V. M. Rozrahnok jmovirnosti vikonannja vimog do diametra por u zvarnih shvah. // *Naukovi visti NTUU «KPI»*, – 2014r. – №2(94). – S.35–38.
- [4] Gaievskiy V. Limitation of risks of non-compliance of weld metal porosity / V. Gaievskiy, V. Prokhorenko, M. Ziberov // *Graduaзro em Engenharia Mecvnica*. – 2014. – v. 1. p. 4-7.
- [5] Derzh. patent na kor. mod. Ukrajini № 92690. Sposib ocinki shilnosti zvarjuvalnih materialiv do vodnevoi poristosti / V. O. Gaevskij, V. M. Prohorenko (Ukrajina). MPK (2009), B23K 28/00, № u 2014 03632, zajavl. 08.04.2014, opublik. 26.08.2014, Bjul. №16.