УДК 621.721.052:539.4.014

Прохоренко В.М., Прохоренко Д.В.
Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт". Украина, Киев

РАСЧЕТ УСАДОЧНОЙ СИЛЫ ПРИ СВАРКЕ ЗАМЫКАЮЩЕГО ПРОДОЛЬНОГО ШВА НА ДЛИННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ МОЩНЫМ БЫСТРОДВИЖУЩИМСЯ ЛИНЕЙНЫМ ИСТОЧНИКОМ ТЕПЛА

Анотація

Запропоновано новий інженерний метод розрахунку засобами математичного пакету MathCAD усадочної сили від зварювання замикаючого поздовжнього шва довгої циліндричної оболонки потужним лінійним швидкорухомим джерелом тепла. Метод заснований на визначенні функції поздовжньої усадки металу в зоні поздовжніх пластичних деформацій вкорочення [1].

Abstract

The new engineering method of shrinkage force calculation by facilities of mathemati-cal package MathCAD at welding enclose longitudinal seam on lengthy cylindrical shell by powerful quickly moving linear source is proposed.

Method is based on determination of longitudinal shrinkage function of metal in zone of the longitudinal plastic deformations [1].

Сварные цилиндрические оболочки с продольным швом достаточно часто встречаются в качестве конструктивных элементов многих сварных конструкций. Если длина обечайки превышает пять диаметров, ее уже можно рассматривать как одномерную конструкцию, полная продольная деформация которой в поперечном сечении при внецентренном продольном нагружении подчиняется закону плоскости.

Существенным недостатком обечаек с продольными швами при относительно небольшой изгибной жесткости является образование в результате сварки в остаточном состоянии перемещений в виде прогиба продольной оси [2, 3, 4] от возникающей внутренней продольной сжимающей усадочной силы, линия действия которой не совпадает с осью обечайки.

Повышение точности изготовления сварных цилиндрических обечаек с продольным швом является на сегодняшний день актуальной научно-технической задачей. Основное направление ее решения состоит в разработке эффективных конструктивно-технологических рекомендаций по уменьшению величины усадочной силы.

В сравнительно узкой зоне некоторой ширины по дуге окружности средней линии в поперечном сечении обечайки, включающей в себя шов и прилегающие к нему с двух сторон области основного металла, в результате неравномерного сварочного нагрева возникают остаточные продольные пластические деформации укорочения ε_r^p [2, 4]. Такую зону с возникающим по ее ширине в результате сварки распределением деформаций ε_r^p называют зоной пластических деформаций укорочения (ЗПДУ). Поперечное сечение ЗПДУ площадью $F^p = 2R\theta\delta$ и распределение по сечению F^p деформаций ε_r^p определяют возникающий в результате сварки остаточный относительный объем $V = \int\limits_{F^p} \varepsilon_r^p dF$ продольного пластического укорочения. При известном V и модуле упругости E материала обечайки величина усадочной силы $P_{ус} = VE$. По-существу, при заданном материале и радиусе обечайки R величина $P_{ус}$ определяется центральным углом 2θ, опирающимся на дугу $2R\theta$, и распределением по ширине ЗПДУ продольных остаточных пластических деформаций укорочения ε_r^p.

Распределение деформаций ε_r^p зависит от способа и режима сварки, жесткости обечайки и применения специализированной сборочно-сварочной оснастки. В данной работе применение сборочно-сварочной оснастки не рассматривается, принимается допущение, что сварка продольного замыкающего шва осуществляется в свободном состоянии.

Анализ известных [2, 3, 4] на сегодняшний день инженерных методов расчета V в одномерных конструкциях, разработанных в ранний период формирования и развития представлений о сложных процессах упруго-пластического деформирования при сварке, свидетельствует о присущих им во многих случаях существенных недостатках концептуального характера [3], особенно для конструкций сравнительно небольшой жесткости. Кроме того, специфика конфигурации контура поперечного сечения обечайки усугубляет и без того сложную математическую сторону задачи расчета напряженно-деформированного состояния и усадочной силы в обечайке.

В данной работе предлагается адаптация нового инженерного метода сложных сечений [1] для расчета усадочной силы при сварке продольного шва длинной цилиндрической обечайки.

Метод естественным образом охватывает весь диапазон жесткостей одномерных обечаек. Для достаточно жестких обечаек метод сложных сечений дает результаты, согласующиеся в большинстве случаев с результатами лучших инженерных методов [2, 4]. Сущность метода сложных сечений достаточно подробно изложена в работе авторов [1].

Используя основную идею метода, состоящую в расчете функции усадки (максимальных продольных пластических деформаций укорочения на стадии нагрева по ширине ЗПДУ), рассмотрим в процессе сварки продольного шва равномерный по толщине нагрев вдоль образующей цилиндра достаточно длинной тонкостенной обечайки мощным быстродвижущимся линейным источником тепла.

Подвижную цилиндрическую систему координат совместим с осью обечайки. Ось X направим вдоль оси обечайки в направлении сварки. Начало системы разместим на оси обечайки в точке, являющейся проекцией на ось в данный момент времени точки расположения источника нагрева.

Угловая координата текущей точки на срединной линии поперечного сечения обечайки определяется центральным углом φ, отсчитываемым по часовой стрелке от продольной плоскости, проходящей через оси обечайки и шва, если смотреть в сторону положительного направления оси X.

Для реализации алгоритма расчета функции усадки необходимо иметь зависимость для максимальных температур $Tm(\varphi)$ в точках сварного соединения и зависимость для кривой $\Gamma m(\varphi)$, которая является проекцией на срединную цилиндрическую поверхность обечайки пространственной подвижной квазистационарной кривой максимальных температур $Tm(\varphi)$. Рассмотрим этот вопрос более детально.

Кольцевая форма поперечного сечения обечайки не влияет на закономерности распространения тепла при сварке в сравнении с аналогичным нагревом плоского листа [5] и поэтому температурное поле в обечайке для мощного быстродвижущегося линейного источника тепла в принятой системе координат будет определяться следующей зависимостью

$$T(\varphi,t) = \frac{q_n}{\delta_0\sqrt{\pi\lambda c\rho t}}\exp\left(-\frac{R^2\varphi^2}{4at} - bt\right), \qquad (1)$$

где $q_n = IU\eta/v$ — погонная энергия сварки; v — скорость сварки; I — сварочный ток; U — напряжение на дуге; η — эффективный коэффициент полезного действия дуги; δ —толщина обечайки; $\delta_0 = 2\delta$ — приведенная толщина обечайки; λ — коэффициент теплопроводности; a — коэффициент температуропроводности; $c\rho$ — объемная теплоемкость; α_T — коэффициент полной поверхностной теплоотдачи; $b = 2\alpha_T/(c\rho\delta)$ — коэффициент температуроотдачи; t — время, прошедшее с момента пересечения сварочной дугой поперечного сечения, в котором находится точка на расстоянии $R\varphi$ по дуге окружности от оси шва; R — радиус срединной по толщине обечайки цилиндрической поверхности.

Найдем в той же системе координат зависимость для максимальных температур в точке на расстоянии $R\varphi$ по дуге окружности от оси шва. С этой целью продифференцируем правую часть (1) по t, результат приравняем нулю и получим уравнение относительно t:

$$-\frac{q_n}{2\delta_o t}\cdot\frac{1+2bt}{\sqrt{\pi\cdot\lambda\cdot c\rho\cdot t}}\cdot\exp\left(-\frac{R^2\varphi^2+4abt}{4a}\right) = 0. \qquad (2)$$

Решая уравнение (2) и обозначая $\omega = 4ab$, найдем физически реальный корень t, который определяет время, прошедшее с момента пересечения дугой поперечного сечения с расположенной в нем точкой до момента достижения в данной точке максимальной температуры

$$t = \frac{1}{\omega}\left(\sqrt{a^2+\omega R^2\varphi^2} - a\right) = \frac{1}{\omega}\cdot f(\varphi). \qquad (3)$$

Подстановкой значения t из (3) в правую часть (1) получим в принятой системе координат зависимость для максимальных температур в виде

$$Tm(\varphi) = \frac{2q_n}{\delta_o c\rho}\cdot\sqrt{\frac{b}{\pi\cdot f(\varphi)}}\cdot\exp\left[-\frac{f(\varphi)}{4a} - \frac{bR^2\varphi^2}{f(\varphi)}\right]. \qquad (4)$$

В виду симметрии обечайки относительно продольной плоскости, проходящей через оси шва и обечайки, в математическом отношении задача расчета упрощается.

Введем такие обозначения полной деформации и всех ее составляющих на стадии нагревания: $\varepsilon_h(\varphi)$ — полная деформация, $\varepsilon_h^T(\varphi)$— температурная деформация, $\varepsilon_h^e(\varphi)$— упругая деформация, $\varepsilon_h^p(\varphi)$— пластическая деформация. Деформации, относящиеся к стадии нагревания, в дальнейшем будем обозначать нижним индексом h, а относящиеся к остаточному состоянию — нижним индексом r.

Для определения угла θ, соответствующего полуширине $R\theta$ зоны пластических деформаций укорочения, а также коэффициентов g и d полной продольной деформации

$$\varepsilon_h(\varphi) = g\cdot R\cos(\varphi) + d$$

на стадии нагрева поперечного сечения обечайки с расположенными в нем с двух сторон шва дугами $R\theta$, необходимо составить всего лишь одну систему из трех уравнений следующего вида (левые части первого и второго уравнений сокращены на R):

$$\left.\begin{aligned}
&-\frac{1}{2}\varepsilon_s\left(\varphi_2-\varphi_1\right)-\varepsilon_s\left(\theta-\varphi_2\right)+\\
&+\int_\theta^\pi\left[\varepsilon_h(\varphi)-\varepsilon_h^T(\varphi)\right]d\varphi=0,\\
&-\frac{1}{2}\varepsilon_s\left(\varphi_2-\varphi_1\right)\cdot\begin{bmatrix}\cos\left(\varphi_2\right)+\\+\frac{1}{3}\left[\cos\left(\varphi_1\right)-\cos\left(\varphi_2\right)\right]\end{bmatrix}-\\
&-\varepsilon_s\left(\theta-\varphi_2\right)\cdot\begin{bmatrix}\cos(\theta)+\\+\frac{1}{2}\left[\cos(\varphi 2)-\cos(\theta)\right]\end{bmatrix}+\\
&+\int_\theta^\pi\left[\varepsilon_h(\varphi)-\varepsilon_h^T(\varphi)\right]\cos(\varphi)d\varphi=0,\\
&\varepsilon_h(\theta)-\varepsilon_h^T(\theta)+\varepsilon_s=0.
\end{aligned}\right\},\qquad(5)$$

где

$$\varepsilon_h^T(\varphi)=\frac{\alpha q_n}{\delta_o\sqrt{\pi\cdot\lambda\cdot c\rho\cdot t_\theta}}\exp\left[-\frac{R^2\varphi^2}{4a\cdot t_\theta}-b\cdot t_\theta\right],$$

$$t_\theta=\frac{1}{\omega}\left[\sqrt{a^2+\omega R^2\theta^2}-a\right],$$

ε_s — упругая относительная деформация, соответствующая пределу текучести металла $\sigma_s=E\varepsilon_s$, центральные углы φ_1 и φ_2 определяют расстояния соответственно Rφ_1 и Rφ_2 от оси шва по дуге окружности до точек с максимальными температурами соответственно 600°C и 500°C. Углы φ_1 и φ_2 вычисляются путем решения уравнений:

$$\frac{q_n\sqrt{\omega}}{\delta_0\sqrt{\pi\lambda c\rho}}\cdot\frac{\exp\left[\frac{1}{2}-\frac{2bR^2\varphi_1^2}{f\left(\varphi_1\right)}\right]}{\sqrt{f\left(\varphi_1\right)}}=600,$$

$$\frac{q_n\sqrt{\omega}}{\delta_0\sqrt{\pi\lambda c\rho}}\cdot\frac{\exp\left[\frac{1}{2}-\frac{2bR^2\varphi_2^2}{f\left(\varphi_2\right)}\right]}{\sqrt{f\left(\varphi_2\right)}}=500.$$

Из полученных значений для трех неизвестных θ, g и d дальнейший интерес представляет только значение θ.

Зависимость (3) определяет кривую $\Gamma m(\varphi)$, поскольку $\Gamma m(\varphi)=-v\cdot t(\varphi)$. Таким образом, в принятой системе координат

$$\Gamma m(\varphi)=\frac{v}{\omega}\left(\sqrt{a^2+\omega R^2\varphi^2}-a\right)=\frac{v}{\omega}\cdot f(\varphi).\qquad(6)$$

Следующим этапом является расчет максимальных пластических деформаций укорочения на стадии нагревания.

Максимальная пластическая деформация укорочения в точках по ширине зоны ее распределения в соответствии с известной зависимостью

$$\varepsilon_h^p(\varphi)=\varepsilon_h(\varphi)-\alpha\cdot Tm(\varphi)-\left(-\varepsilon_s\right)\qquad(7)$$

определяется полной и температурной деформациями в этих точках, когда они (точки) в процессе движения источника нагрева при сварке пересекаются подвижной квазистационарной кривой $\Gamma m(\varphi)$, а также величиной упругой деформации укорочения на уровне $-\varepsilon_s$. Согласно (7) для решения поставленной задачи необходимо для каждой расчетной точки на кривой $\Gamma m(\varphi)$ в пределах ширины ЗПДУ по дуге окружности знать максимальную температуру $Tm(\varphi)$ и полную деформацию $\varepsilon_h(\varphi)$.

Вопрос о максимальных температурах рассмотрен выше.

Определение полных деформаций в точках кривой $\Gamma m(\varphi)$ является намного более сложной задачей и требует более детального рассмотрения.

Достаточно узкую область обечайки вдоль шва с одной его стороны в виде полосы шириной $R\cdot\varphi_2$, где температура при сварке превышала 600°C, при определении максимальных пластических деформаций укорочения на стадии нагревания из рассмотрения исключаем. Это связано с образованием на стадии охлаждения продольных пластических деформаций удлинения в этой, и даже намного более широкой, зоне и поэтому в средней части ЗПДУ, ориентировочно на ширине 0,6...0,7 от ширины ЗПДУ, действительная величина максимальных пластических деформаций укорочения на стадии нагревания не имеет значения. Поэтому исключение из рассмотрения зоны шириной $R\cdot\varphi_2$ является вполне оправданным. Таким образом, реально с одной стороны шва необходимо рассматривать интервал координат точек по углу φ в виде $[\varphi_2,\ \theta]$.

Округленную с желаемой точностью при помощи специальной функции "*ceil*" оболочки MathCAD длину этого интервала необходимо поделить на выбранную величину расстояния $\Delta\varphi$ между расчетными точками. Таким способом для текущего индекса k, определяющего текущие угловые координаты

$$\varphi_k=\varphi_2+k\cdot\Delta\varphi\qquad(8)$$

расчетных точек на интервале $[\varphi_2,\ \theta]$, получим его максимальное значение

$$\xi=ceil\left[\left(\varphi_2,\theta\right)/\Delta\varphi\right].$$

Сам текущий индекс изменяется в пределах $k=0...\xi$ и определяет текущие угловые координаты расчетных точек и поперечных сечений обечайки, в которых эти точки находятся. Имея зависимости (8) для координат φ_k, можем записать и зависимости для текущего времени t_k, определяющего расстояние от источника нагрева до поперечных сечений, которые пересекают кривую $\Gamma m(\varphi)$ в точках с координатами φ_k

$$t_k = \left(\sqrt{a^2 + \omega R^2 \varphi_k^2} - a\right) \cdot \omega^{-1}. \qquad (9)$$

Следующим шагом в реализации алгоритма расчета функции усадки является составление и решение для текущих значений t_k определяющей системы уравнений с целью получения параметров g_k, d_k и β_k, входящих в уравнение полной продольной деформации для поперечных сечений обечайки на стадии нагревания, проходящих через расчетные точки кривой $Tm(\varphi_k)$ в пределах интервала $[\varphi_2, \theta]$:

$$\varepsilon_h(\beta_k) = g_k \cdot R\cos(\beta_k) + d_k.$$

Определяющая система уравнений имеет вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \varepsilon_s \cdot \frac{\varphi_1 - \varphi}{\varphi_2 - \varphi_1} d\varphi - \int_{\varphi_2}^{\beta} \varepsilon_s d\varphi + \\
&+\int_{\beta}^{\pi} \left[\varepsilon_{hk}(\varphi) - \varepsilon_h^T(\varphi)\right] d\varphi = 0, \\
&\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \varepsilon_s \cdot \frac{\varphi_1 - \varphi}{\varphi_2 - \varphi_1} \cos(\varphi) d\varphi - \\
&-\int_{\varphi_2}^{\beta} \varepsilon_s \cos(\varphi) d\varphi + \\
&+\int_{\varphi\beta}^{\pi} \left[\varepsilon_h(\varphi) - \varepsilon_h^T(\varphi)\right] \cos(\varphi) d\varphi = 0, \\
&\varepsilon_{hk}(\beta) - \varepsilon_h^T(\beta) + \varepsilon_s = 0.
\end{aligned}\right\}, \qquad (10)$$

где

$$\varepsilon_h^T(\varphi) = \frac{\alpha q_n}{\delta_o \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c\rho \cdot t_k}} \exp\left[-\frac{R^2\varphi^2}{4a \cdot t_k} - b \cdot t_k\right],$$

$$t_k = \frac{1}{\omega}\left[\sqrt{a^2 + \omega R^2 \varphi_k^2} - a\right], \; \varepsilon_h(\varphi) = g \cdot R\cos(\varphi) + d.$$

Решение системы (10) определяет параметры g_k, d_k и β_k.

Используя математическую операцию векторизации оболочки MathCAD, векторы-столбцы g, d, φ дают возможность определить векторы-столбцы полной деформации ε_{hm} в расчетных точках на кривой Tm с одной стороны шва в пределах ширины зоны пластических деформаций укорочения:

$$\varepsilon_{hm} = \left[\overrightarrow{g \cdot R\cos(\varphi)}\right] + d. \qquad (11)$$

На основании зависимости для максимальных температур в точках кривой Tm в виде (4) и координат этих точек φ_k согласно зависимости (8), запишем в окончательном виде формулу для максимальных температур в точках на кривой Tm:

$$Tm_k = \frac{2q_n}{\delta_o c\rho} \cdot \sqrt{\frac{b}{\pi \cdot f_k}} \cdot \exp\left[\frac{f_k}{4a} - \frac{bR^2\varphi_k^2}{f_k}\right], \qquad (12)$$

где $\qquad f_k = \sqrt{a^2 + \omega R^2 \varphi_k^2} - a.$

Таким образом, имеем все необходимые данные для записи векторов-столбцов максимальной пластической деформации укорочения в точках кривой Tm в пределах ширины зоны пластических деформаций укорочения с одной стороны от шва

$$\varepsilon_h^p = \varepsilon_{hm} - \alpha \cdot Tm + \varepsilon_s. \qquad (13)$$

С целью удобного использования матричной зависимости (13) в дальнейших расчетах, целесообразно выполнить ее интерполяцию в такой последовательности [6]:

$$S = augment\left(\varphi, \; \varepsilon_h^p\right), \; K = cspline\left(S^{\langle 0 \rangle}, \; S^{\langle 1 \rangle}\right), \; \varphi = S^{\langle 0 \rangle},$$

$$fit\varepsilon_h^p(\varphi) = \operatorname{int} erp\left(K, \; S^{\langle 0 \rangle}, \; S^{\langle 1 \rangle}, \; \varphi\right). \qquad (14)$$

Совпадение кривых, определяемых зависимостями (13) и (14), практически является полным, что подтверждается коэффициентом корреляции Пирсона для векторов ε_h^p и $fit\varepsilon_h^p(\varphi)$, который равен единице $\left(corr\left[\varepsilon_h^p, fit\varepsilon_h^p(\varphi)\right] = 1\right)$.

Функция усадки в виде зависимости (14) может быть успешно использована для решения задачи об остаточном деформированном состоянии рассматриваемой обечайки.

Приведем алгоритм расчета остаточных деформаций в обечайке.

Как обычно, примем ряд допущений, хорошо выполняемых для одномерных сварных конструкций с продольными швами в остаточном состоянии: напряженно-деформированное состояние является линейным; пластические деформации укорочения распределены одинаково в любом поперечном сечении; полные деформации во всех поперечных сечениях, за исключением небольших концевых участков, подчиняются гипотезе плоских сечений; материал соединения соответствует модели упруго-пластического тела; начало пластических деформаций определяется условием текучести Мизеса-Генки.

В принятой системе координат полная деформация $\varepsilon_r(\varphi)$ в остаточном состоянии согласно гипотезе плоских сечений должна представляться такой зависимостью

$$\varepsilon_r(\varphi) = mR\cos(\varphi) + n, \qquad (15)$$

где m, n — числовые параметры уравнения плоской деформации, определяемые в процессе решения задачи.

Максимальная пластическая деформация укорочения на стадии нагревания определяется зависимостью (14).

Ширина зоны пластической деформации удлинения на стадии охлаждения определяется длиной дуги $R\varphi_r$ с каждой стороны шва. Угол φ_r также определяется в процессе решения задачи.

Таким образом, можно записать необходимую систему уравнений задачи в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}
&\varepsilon_s\varphi_r+\int_{\phi}^{\theta}\left[\varepsilon_r(\varphi)-fit\varepsilon_h^p(\varphi)\right]d\varphi+\int_{\theta}^{\pi}\varepsilon_r(\varphi)d\varphi=0,\\
&\frac{\varepsilon_s\varphi_r}{2}\left[1+\cos(\varphi_r)\right]+\\
&+\int_{\phi_r}^{\theta}\left[\varepsilon_r(\varphi)-fit\varepsilon_h^p(\varphi)\right]\cos(\varphi)d\varphi+\\
&+\int_{\theta}^{\pi}\varepsilon_r(\varphi)\cos(\varphi)d\varphi=0,\\
&\varepsilon_r(\varphi_r)-fit\varepsilon_h^p(\varphi_r)-\varepsilon_s=0.
\end{aligned}\right\}. \quad (16)$$

Результатом решения системы (16) являются числовые значения неизвестных: m, n, φ_r.

Следующим шагом в реализации данного алгоритма является запись зависимостей для определения упругих $\varepsilon_r^e(\varphi)$, пластических $\varepsilon_r^p(\varphi)$ и полных $\varepsilon_r(\varphi)$ деформаций в поперечном сечении обечайки в остаточном состоянии. Зависимости для деформаций $\varepsilon_r^e(\varphi)$ и $\varepsilon_r^p(\varphi)$ на различных интервалах координат φ имеют вид:

$$\varepsilon_r^e(\varphi)=\begin{cases}\varepsilon_s, \quad 0\le\varphi\le\varphi_r,\\ mR\cos(\varphi)+n-\\ -fit\varepsilon_h^p(\varphi), \quad \varphi_r\le\varphi\le\theta,\\ mR\cos(\varphi)+n, \quad \theta\le\varphi\le\pi.\end{cases} \quad (17)$$

$$\varepsilon_r^p(\varphi)=\begin{cases}mR\cos(\varphi)+n-\varepsilon_s, \ \le\varphi\le\varphi_r,\\ fit\varepsilon_h^p(\varphi), \quad \varphi_r\le\varphi\le\theta,\\ 0, \quad \theta\le\varphi\le\pi.\end{cases} \quad (18)$$

Полная деформация $\varepsilon_r(\varphi)$ в остаточном состоянии определяется зависимостью (15).

Зная остаточные пластические деформации $\varepsilon_r^p(\varphi)$, усадочную силу $P_{ус}$ найдем по формуле

$$P_{ус}=2\delta E\left\{\begin{aligned}&\int_0^{\varphi_r}\left[\varepsilon_r(\varphi)-\varepsilon_s\right]Rd\varphi+\\&+\int_{\varphi_r}^{\theta}fit\varepsilon_h^p(\varphi)Rd\varphi\end{aligned}\right\}. \quad (19)$$

Литература

1. *Прохоренко В.М., Карпенко А.С., Прохоренко Д.В.* Расчет функции усадки при сварке одномерных конструкций. Сообщение 1. Нагрев мощным быстродвижущимся линейным источником // Технологические системы, 2005. — № 4(30). — С. 49—55 .

2. *Винокуров В.А., Григорьянц А.Г.* Теория сварочных деформаций и напряжений. — М.: Машиностроение, 1984. — 280 с.

3. *Николаев Г.А.* Сварные конструкции. — М.: Машгиз, 1962. — 552 с.

4. *Гатовский К.М., Кархин В.А.* Теория сварочных деформаций и напряжений. Учеб. пос. Ленингр. кораблестр. ин-т, 1980. — 331 с.

5. *Рыкалин Н.Н.* Расчеты тепловых процессов при сварке. — М.: Машгиз, 1951. — 296 с.

6. *Макаров Е.Г.* Инженерные расчеты в MathCAD. Учебный курс. — СПб., 2003. — 448 с.