УДК 621.317

Доценко Б.І., Шепелєв Ю.І.
Державне підприємство "Державне Київське конструкторське бюро "Луч". Україна, Київ

ВИЗНАЧЕННЯ ЯКОСТІ КОНТРОЛЬОВАНИХ ОБ'ЄКТІВ

Анотація

Розглянута методика визначення середнього ризику при контролі параметрів об'єкту в умовах дії перешкод та помилок вимірювача.

Abstract

The methodic of determination of average risk is considered at the control of parameters of object in conditions of action of noise and mistakes of measurement.

Характерною особливістю вимірюваних параметрів радіоелектронних об'єктів контролю є перешкоди та помилки, які слід враховувати при розробці апаратури контролю. Вона має будуватися так, щоб вплив перешкод та помилок на результати контролю був якнайменшим.

Застосування методів теорії оптимальних систем дозволяє розв'язати задачу створення оптимальної структури вимірювачів і визначити якість системи контролю за найбільш повною характеристикою — величиною середнього ризику.

Нехай на вхід системи контролю надходить сигнал $X(t)$, що являє собою адитивний зв'язок вимірюваного параметру та перешкоди:

$$X(t) = U + N(t), \qquad (1)$$

де U — вимірюваний параметр — випадкова величина, яка має нормальний закон розподілу з математичним очікуванням m_u та дисперсією D_u, а $N(t)$ — перешкода в спостережуваному сигналі та власні шуми вимірювача, приведені до його входу, — Гаусів випадковий процес з математичним очікуванням рівним нулю та відомою кореляційною функцією $K_N(\tau)$.

Оптимальна оцінка вимірюваного параметру за критерієм мінімуму середньоквадратичної помилки обчислюється так [1] :

$$U^* = \int_{-\infty}^{\infty} U f^*(U/X)\,dU, \qquad (2)$$

де $f^*(U/X)$ — апостеріорна щільність ймовірності вимірюваного параметра U при спостереженому сигналі.

$$f^*(U/X) = \frac{p(U)\exp\left[\int_0^T g(T)X(\tau)d\tau - \frac{U}{2}\int_0^T g(T,\tau)d\tau\right]}{\int_0^{\infty} p(U)\exp\left[\int_0^T g(T,\tau)X(\tau)d\tau - \frac{U}{2}\int_0^T g(T,\tau)d\tau\right]dU}. \qquad (3)$$

Тут $p(U)$ — апріорна щільність ймовірності параметру (в нашому випадку $p(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_U}} e^{-\frac{(U-m_U)^2}{2D_U}}$), а $g(T, \tau)$ — вагова функція, що визначається інтегральним рівнянням

$$\int_0^T K_N(\tau,\sigma)g(T,\sigma) = U. \qquad (4)$$

Підставивши формулу (3) у (2) та обчисливши інтеграл, після спрощень отримаємо:

$$U^* = \frac{m_U}{1+\mu} + \frac{D_U}{1+\mu}\int_0^T g(T,\tau)X(\tau)d\tau, \qquad (5)$$

де

$$\mu = D_0\int_0^T g(T,\tau)d\tau \qquad (6)$$

- відношення сигнал-шум.

Неважко помітити, що вираз (3) можна подати як

$$f^*(U/X)=\frac{1}{\sqrt{2\pi D^*}}e^{-\frac{(U-U^*)^2}{2D^*}}. \qquad (7)$$

Тут D^* — апостеріорна дисперсія

$$D^*=\frac{D_U}{1+\mu}. \qquad (8)$$

Формула (7) записується в такому вигляді

$$f^*(U/U^*)=\frac{1}{\sqrt{2\pi D^*}}e^{-\frac{(U-U^*)^2}{2D^*}}. \qquad (9)$$

Закон розподілу оцінки параметру U^* є нормальним, з математичним очікуванням $M[U^*]=m_U$ та дисперсією $M[(U^*-m_U)^2]=D_U-D^*$.

Отже

$$f^*(U^*)=\frac{1}{\sqrt{2\pi(D_U-D^*)}}e^{-\frac{(U-U^*)^2}{2(D_U-D^*)}}. \qquad (10)$$

Маючи конкретні значення ймовірностних характеристик вимірюваного параметру та перешкоди і використовуючи формулу (5), можна отримати оптимальну оцінку параметру.

При допусковому контролі порівнюється одержана оцінка з допуском і на цій підставі приймається рішення про придатність чи непридатність об'єкту по даному параметру. Але це рішення не завжди може бути правильним через наявність помилок та перешкод. Таким чином, якщо ймовірність помилок та перешкод не нульова, то виникає питання про якість системи контролю.

Ця якість досить повно характеризується величиною середнього ризику [2], який обчислюється за формулою

$$R=\int\int_{-\infty}^{\infty}\int\int l(U_n,U^*)p(U)f(X/U)\cdot \chi(U_n/U)p(U^*/X)dUdXdU_ndU^*, \qquad (11)$$

де $l(U_п,U^*)$ — функція витрат, $p(U)$ — апріорна щільність ймовірності вимірюваного параметру, $f(X/U)$, $\chi(U_п,U)$ та $p(U^*/X)$ — умовні щільності ймовірностей сигналу, потрібного та дійсного рішень відповідно.

Нехай рішення "придатний" відповідає цифрі 1, а "непридатний" — 2. Можливі чотири ситуації: правильні рішення — 11 (придатний) і 22 (непридатний), неправильні — 12 і 21. Кожна подія $ij(ij=1{,}2)$ оцінюється своєю ймовірністю: φ та ψ — відповідно ймовірності правильних рішень "придатний" та "непридатний"; α та β — відповідно ймовірності неправильних рішень "непридатний" (ризик виробника) та "придатний" (ризик замовника).

Нехай втрати при прийнятті рішень оцінюються відповідно до ситуації числами l_{11}, l_{22}, l_{12}, l_{21}.

У нашому випадку $\chi(U_п,U)$ та $p(U^*/X)$ — δ-функції:

$$\chi(U_n/U)=\begin{cases}\delta(U_n-1) & U\in A,\\ \delta(U_n-2) & U\in B,\end{cases}$$

$$p(U^*/X)=\begin{cases}\delta(U^*-1) & U\in A,\\ \delta(U^*-2) & U\in B.\end{cases} \qquad (12)$$

Тут A — область, де параметр вважається "придатним", B — "непридатним".

Враховуючи викладене, вираз (11) можна перетворити до вигляду

$$R=l_{11}\varphi+l_{12}\alpha+l_{22}\psi+l_{21}\beta, \qquad (13)$$

де

$$\varphi=\int_A\int_A f(X/U)p(U)dXdU,$$

$$\psi=\int_B\int_B f(X/U)p(U)dXdU,$$

$$\alpha=\int_B\int_A f(X/U)p(U)dXdU, \qquad (14)$$

$$\beta=\int_A\int_B f(X/U)p(U)dXdU.$$

Тоді вираз (13) матиме вид

$$R=l_{11}\bar{p}+l_{22}\bar{q}+(l_{12}-l_{11})\alpha+(l_{21}-l_{22})\beta. \qquad (15)$$

Тут $\bar{p}$ та $\bar{q}=1-\bar{p}$ — апріорні ймовірності знаходження параметра в областях A та B відповідно. Отже, при заданих l_{ij}, $\bar{p},\bar{q}$ середній ризик є функцією ймовірності хибних рішень.

Вирази для ймовірностей φ, ψ, α, β можна записати в вигляді [2]

$$\varphi=\int_A\int_A f(U/U^*)f(U^*)dUdU^*,$$

$$\psi=\int_B\int_B f(U/U^*)f(U^*)dUdU^*,$$

$$\alpha=\int_B\int_A f(U/U^*)f(U^*)dUdU^*, \qquad (16)$$

$$\beta=\int_A\int_B f(U/U^*)f(U^*)dUdU^*.$$

Зручним для розрахунків є таке визначення α та β

$$\alpha=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{-c\bar{\Delta}(\sqrt{(1+\mu)/\mu}}e^{-\frac{\xi^2}{2}}\cdot\int_{-c\bar{\Delta}\sqrt{1+\mu}-\xi\sqrt{\mu}}^{\bar{\Delta}\sqrt{1+\mu}-\xi\sqrt{\mu}}e^{-\frac{\zeta^2}{2}}d\zeta d\xi+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\int_{\bar{\Delta}(\sqrt{(1+\mu)/\mu}}^{\infty}e^{-\frac{\xi^2}{2}}\cdot\int_{-c\bar{\Delta}\sqrt{1+\mu}-\xi\sqrt{\mu}}^{\bar{\Delta}\sqrt{1+\mu}-\xi\sqrt{\mu}}e^{-\frac{\zeta^2}{2}}d\zeta d\xi, \qquad (17)$$

$$\beta = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-c\,\bar{\Delta}(\sqrt{(1+\mu)/\mu}}^{\bar{\Delta}(\sqrt{(1+\mu)/\mu}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} \cdot$$

$$\cdot \left[\int\limits_{-\infty}^{-c\,\bar{\Delta}(\sqrt{1+\mu}-\xi\sqrt{\mu}} e^{-\frac{\zeta^2}{2}} d\zeta + \int\limits_{\bar{\Delta}(\sqrt{1+\mu}-\xi\sqrt{\mu}}^{\infty} e^{-\frac{\zeta^2}{2}} d\zeta \right] d\xi, \qquad (18)$$

де $\zeta = \dfrac{U - U^*}{\sqrt{D^*}}$ та $\xi = \dfrac{U^* - m_u}{\sqrt{D_u - D^*}}$ — змінні інтегрування, $\bar{\Delta} = \dfrac{\Delta}{\sqrt{D_u}}$ — нормований допуск параметру, c — коефіцієнт несиметрії поля допуску, μ — відношення сигнал-шум.

Отже, α та β є функціями трьох величин — c, $\bar{\Delta}$, μ.

На рис. 1, 2 показані графіки залежності α та β від μ при фіксованих значеннях $\bar{\Delta}$.

Обчисливши α та β при відомих витратах l_{11}, l_{12}, l_{21}, l_{22} можна визначити за (15) середній ризик.

Таким чином, розглянута методика визначення середнього ризику дозволяє оцінити якість контроля об'єкту при оптимальній оцінці його параметрів в умовах дії перешкод і помилок вимірювання.

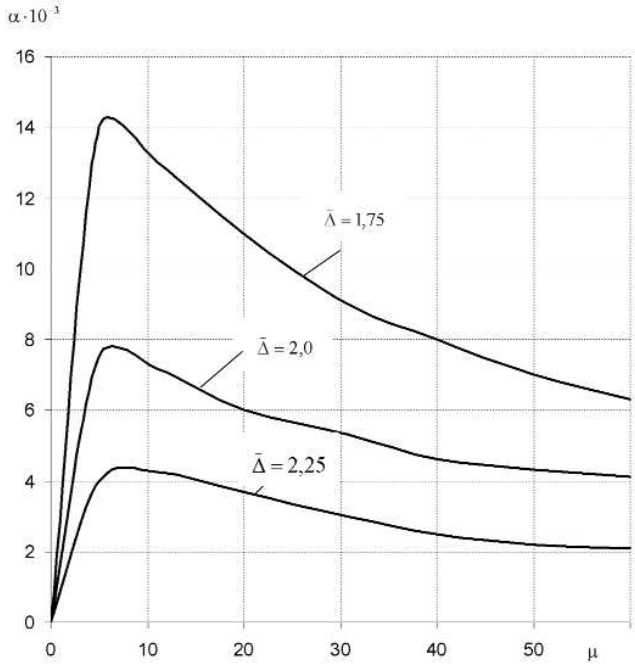

Рис. 1. Графік залежності ризику виробника α від співвідношення сигнал-шум μ

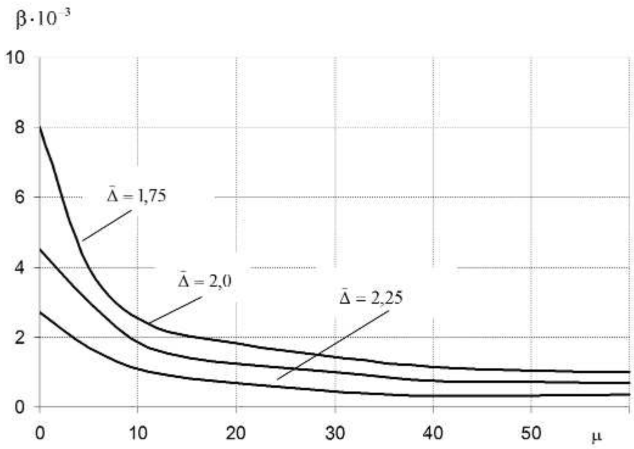

Рис. 2. Графік залежності ризику замовника β від співвідношення сигнал-шум μ

Література

1. *Доценко Б.И.* Диагностирование динамических систем. — К.: Техніка, 1983. — 160 с.

2. *Евланов Л.Г.* Метод синтеза характеристик систем контроля динамических систем. "Изв. АН СССР, Техническая кибернетика", 1971. — № 2.