

**Медведев В.С.**  
НИИ "УкрНИИМет" УкрГНТЦ "Энергосталь". Украина, Харьков

## УЧЕТ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОСТИ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ КАЛИБРОВОК ПРОКАТНЫХ ВАЛКОВ

### *Анотація*

*Розроблено математичну модель процесу прокатки в вигляді задачі оптимального управління дискретною системою. Запропоновано схему вирішення задачі з урахуванням двох критеріїв – продуктивності стана та кількості проходів.*

### *Abstract*

*Mathematical model of rolling process by way of specifying optimal control of a discrete system was developed. The scheme for solving the task in view of two criteria such as mill productivity and number of passes is suggested.*

Прокатное производство является сложной динамической системой. Условия производства на прокатных станах постоянно изменяются — совершенствуется сортамент стана, перераспределяются объемы производства профилей, ужесточаются требования к качеству готовой продукции, корректируются калибровки валков, режимы обжатий и другие технологические параметры, обновляется оборудование и др. На различных этапах развития производства могут ставиться и решаться различные задачи. При этом значимость их определяется конкретными условиями производства. В соответствии с этим и его эффективность может оцениваться по различным критериям.

При оптимизации калибровок валков и технологических процессов прокатки в качестве критериев выбирают производительность стана, расход энергии, износ валков, число проходов, стоимостные показатели — прибыль, себестоимость, приведенные затраты [1, 2]. Существуют и другие критерии, причем многие из них не поддаются формализации. На практике, как правило, возникают ситуации, когда при оценке эффективности производства приходится сталкиваться с необходимостью достижения нескольких целей одновременно. В этом случае имеет место многокритериальность при постановке оптимизационной задачи. Однако условием ее корректности является наличие одной, хоть и неопределенной цели [3]. Это означает, что постановка задачи многокритериальной оптимизации вносит неопределенность в глобальный критерий, в качестве которого в прокатном производстве естественно принять

наиболее "эффективное получение проката". Наибольшая трудность состоит в оценке эффективности процесса прокатки при нескольких целевых функциях, которые достигают оптимума в различных точках множества решений. При этом оценка результатов полностью зависит от четкости целей оперирующей стороны, основывающейся на особенностях конкретного производства. Выбор наилучшего решения осуществляется на множестве допустимых альтернатив  $A$  с учетом совокупности свойств, описываемых множеством функций цели

$$f = \{f_i(\alpha)\} \quad (\alpha \in A, i \in J).$$

Если оперирующая сторона считает, что обладает полной информацией для выбора оптимального решения, то применяются априорные процедуры, основывающиеся на формальной модели задачи. При оптимизации прокатного производства широкое применение получили именно априорные процедуры принятия решений, которые реализуются следующими двумя способами:

первый — задача решается по одному из частных критерииев, приоритет которого определяется методом экспертных оценок, остальные критерии переносятся в ограничения задачи [3];

второй — производится свертка векторного критерия  $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$  до скалярной функции  $f = f(f_j)$ , которую можно оптимизировать обычными методами [4] (известно, что зависимость  $f = f(f_j)$  можно представить с помощью конечного числа элементарных способов свертки [5]). Однако априорный подход имеет существенный недостаток. При многокритериальной оптимизации выбор решения проводится на множестве Парето, которое представляет собой область критериального пространства, построенную на множестве эффективных альтернатив. Это означает, что при движении внутри множества Парето нельзя добиться улучшения по всем критериям одновременно, можно найти лишь одну точку множества Парето, недостаточно анализируя остальные. Поэтому полученной точке может соответствовать большое значение глобального (комбинированного) критерия, полученное за счет компенсации недопустимо малых значений одних критериев большим значением других [3]. Этот факт связан с трудностями априорного определения количественных

характеристик, позволяющих сравнивать возможные отклонения от оптимальных значений функций цели различной размерности, ведущих себя несимметрично на допустимом множестве альтернатив [4].

В связи с неопределенностью целей самой оперирующей стороны и описанными трудностями априорного сравнения решений, наиболее полный анализ для выбора наилучшего решения возможен при применении апостериорных процедур принятия решений — выбор производится в процессе анализирования множества Парето с учетом предпочтений оперирующей стороны, информация о которых может не укладываться в формальную модель задачи. Самый простой и эффективный путь определения единственного верного решения заключается в том, что группе экспертов сообщается все множество эффективных альтернатив с оценками по всем функциям цели, из которого они производят выбор. При этом эксперты учитывают неравноценность различных функций цели и взаимосвязь между ними, что количественно выразить априори не удается [4]. Решения, принимаемые с помощью апостериорных процедур, носят принципиально субъективный характер. Однако необходимость привлечения субъективных суждений вытекает из самой постановки задачи. Даже если удается выделить множество оптимальных по Парето альтернатив, то несравнимость решений по-прежнему остается. В этом случае учет предпочтений при оценке решений является одним из наиболее эффективных способов снятия неопределенности. Множество эффективных альтернатив в принципе может быть построено с использованием элементарных методов свертки [5], но в общем случае этого сделать не удается из-за трудности решения задач параметрического программирования.

Рассмотрим задачу, которая допускает применение самой простой и эффективной апостериорной процедуры принятия сложного решения. Исходные данные: техническая характеристика и сортамент стана, производственная программа по профилям, форма и размеры исходной заготовки и профилей, марки сталей, требования к качеству проката. Требуется определить наиболее эффективный режим прокатки, включающий схему калибровки валков, режим обжатий, режим скоростей, температуру металла по проходам. Такая задача возникает как в условиях действующего прокатного стана, когда нужно рассчитать калибровку для нового профиля, так и при проектировании, когда, кроме расчета калибровки, необходимо определить оптимальное число рабочих клетей.

Рассмотрим случай прокатки профилей на станах с последовательным расположением клетей. Процесс прокатки имеет естественную

многошаговую структуру. В связи с этим калибровку валков представим в виде управляемой системы, состояние которой изменяется в дискретные моменты времени  $t$  и на каждом шаге характеризуется площадью сечения полосы, скоростью и температурой прокатки. Параметры управления: принадлежность к одной из возможных схем калибровки, геометрические размеры калибров, коэффициенты вытяжек клетей  $\lambda_{ij}$ , изменение скорости прокатки  $v_{Njj}$ . Из существующих критериев целесообразно выделить два наиболее важных: производительность стана  $P$  и число проходов  $N$  при прокатке каждого профиля его сортамента. Связь между ними весьма сложная. Производительность стана при прокатке  $j$ -го профиля может быть определена по формуле

$$P = 3600v_{Njj}q_jK, \quad (1)$$

где  $v_{Njj}$  — скорость прокатки в чистовой клети;

$q_j$  — масса 1 м длины  $j$ -го профиля;

$K$  — коэффициент использования стана;

$N_j$  — число проходов при прокатке  $j$ -го профиля.

Для увеличения производительности стана необходимо максимизировать скорость прокатки  $v_{Njj}$ . Из условия постоянства константы калибровки

$$F_{ij}v_{ij} = \text{const}, \quad i = \overline{1, N_j}, \quad j \in J \quad (2)$$

следует

$$v_{ij} = \lambda_{ij}v_{(i-1)j}, \quad i = \overline{1, N_j}, \quad j \in J \quad (3)$$

Здесь  $F_{ij}$  — площадь сечения  $j$ -го профиля в  $i$ -м проходе.

Стремление увеличить  $v_{Njj}$  приведет к необходимости уменьшить коэффициенты вытяжек в каждой клети  $\lambda_{ij}$  и, следовательно, средний коэффициент вытяжки по профилям  $\lambda_{cpj}$ . Минимизация же числа проходов обусловит увеличение  $\lambda_{ij}$  и  $\lambda_{cpj}$ . Таким образом, улучшение одного показателя вызовет ухудшение другого. Производительность стана может быть также повышена путем увеличения фактического времени его работы, то есть благодаря повышению коэффициента использования  $K$ . Уменьшение числа проходов приводит к пропуску некоторых клетей при прокатке отдельных профилей, при этом сокращаются затраты времени на перевалки и, следовательно, возрастает коэффициент использования стана  $K$ . В условиях проектируемого стана между рассматриваемыми критериями возникает еще одно противоречие — минимизация числа проходов приводит к уменьшению необходимого числа клетей, а максимизация часовой производительности — к разгрузке клетей и увеличению их числа. Таким образом, взаимосвязь рассматриваемых критериев весьма сложная и оценка ее



путем свертки в скалярную функцию  $f = f(f_j)$  не дает требуемого результата. В данном случае возможно построение множества Парето в пространстве двух критериев с последующим его анализом.

Перейдем к формализации поставленной задачи. Для этого исследуем зависимость рассматриваемых критериев от параметров управления.

Средняя производительность стана определяется по формуле [6]:

$$\Pi = \frac{1}{\sum_{j=1}^M \Pi_j} \rightarrow \max, \quad (4)$$

где  $\lambda_j$  — доля  $j$ -го профиля в производственной программе;

$\Pi_j$  — производительность стана по  $j$ -му профилю;

$M$  — число профилей сортамента стана.

С учетом того, что в выражении (1) переменной является лишь величина  $v_{N,j}$  формулу (4) перепишем в виде:

$$\tilde{\Pi} = \frac{M \gamma_j}{v_{N,j}} \rightarrow \min. \quad (5)$$

При заданной схеме калибровки критерий (4) или (5) означает увеличение объема металла, прокатываемого в единицу времени в каждой клети. Так как кроме этого, нужно выбрать и оптимальную схему калибровки валков, то критерий (5) запишем в виде

$$\hat{\Pi} = \min_{1 \leq l \leq L} \tilde{\Pi} = \sum_{j=1}^M \min_{1 \leq l \leq L} \frac{\gamma_j}{v_{N,j}}, \quad (6)$$

где  $L$  — число рассматриваемых схем калибровки.

Попробуем построить зависимость числа проходов  $N_j$  при прокатке  $j$ -го профиля от параметров управления. Несмотря на то, что существование такой зависимости очевидно [9], строго formalизовать ее не удается. Приведенная же в работе [1] формула:

$$N_j = \frac{l_n \lambda_{\Sigma j}}{l_n \lambda_{cpj}},$$

где  $\lambda_{\Sigma j}$  и  $\lambda_{cpj}$  — соответственно суммарный и средний коэффициенты вытяжки, не является строго formalизованной зависимостью, так как  $\lambda_{cpj}$  выражается здесь через неизвестную величину  $N_j$

$$\lambda_{cpj} = \sqrt[N_j]{\prod_{i=1}^{N_j} \lambda_{ij}}.$$

Поэтому рассматриваемый критерий  $N$  запишем в виде

$$N = \sum_{j=1}^M \min_{1 \leq l \leq L} N_{jl} \rightarrow \min. \quad (7)$$

Ограничения на управляющие переменные и переменные состояния включают известные зависимости для расчета формоизменения металла, энергосиловых параметров прокатки, допустимых углов захвата и допустимых по условиям устойчивости отношений осей полос [7–10]:

$$\begin{aligned} F_j &\leq F_{jl} \leq \bar{F}_j, & 1 \leq \lambda_{jl} \leq \lambda_{\Sigma j}, & v_{ijl} \leq v_{ijl} \leq \bar{v}_{ijl} \\ F_{ijl} v_{ijl} &= F_{(i+1)jl} v_{(i+1)jl}, & T \leq T_{ijl}(X) \leq \bar{T}, & a_{ijl} \leq a_{ijl}(X) \leq \bar{a}_{ijl} \\ \alpha_{ijl}(X) &\leq \bar{\alpha}_{ijl}, & P_{ijl}(X) \leq \bar{P}_i, & M_{ijl}(X) \leq \bar{M}_i \\ i &= 1, w_{ijl}, v_j \in J, v_l \in L \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $X = (\lambda_{ijl}, \Delta v_{ijl}, Y_{ijl})$  — вектор управления;  $Y_{ijl}$  — вектор геометрических размеров калибров;  $F_j$ ,  $\bar{F}_j$  — начальное и конечное сечение профилей;  $\lambda_{ijl}$ ,  $\lambda_{\Sigma j}$  — коэффициент вытяжки в данном проходе и суммарный;  $v_{ijl}$  — скорость прокатки в данном проходе;  $T$ ,  $\bar{T}$  — температура начала и конца прокатки;  $a_{ijl}(x)$  — отношение осей полосы неравноосного сечения;  $\alpha_{ijl}(x)$  — фактический угол захвата;  $P_{ijl}(x)$  — фактическое усилие прокатки;  $M_{ijl}(x)$  — фактический момент прокатки.

Задача состоит в том, чтобы для заданного начального сечения полосы  $F_0$  найти оптимальную последовательность управлений  $X$  и соответствующую ей траекторию изменения сечения полосы от заготовки к профилю с учетом ограничений (8). Эффективность управляющих воздействий определяется по значениям функций цели (6) и (7). В данном случае оптимизируется установившийся во времени режим прокатки, который имеет пошаговую структуру. Так как состояние на каждом шаге зависит от предыдущего, процесс прокатки является динамическим стационарным.

Поставленная задача является задачей оптимального управления дискретной системой с закрепленными концами, непрерывно-дискретными управляющими воздействиями и смешанными ограничениями.

Критерий (7) имеет дискретную структуру. В связи с этим способ задания множества альтернатив занимает промежуточное положение между двумя из известных.

Первый способ — использование системы ограничений, как это делается в задачах математического программирования.

Второй способ — перечисление альтернатив, используется, когда перечислить альтернативы легче, чем записать систему ограничений, которым они формально должны удовлетворять.

В нашем случае множество альтернатив будет задаваться перечислением точек фиксированной области. Критериальное пространство является решетчатой функцией (рис. 1).

После выбора схем прокатки алгоритм решения задачи выглядит следующим образом.

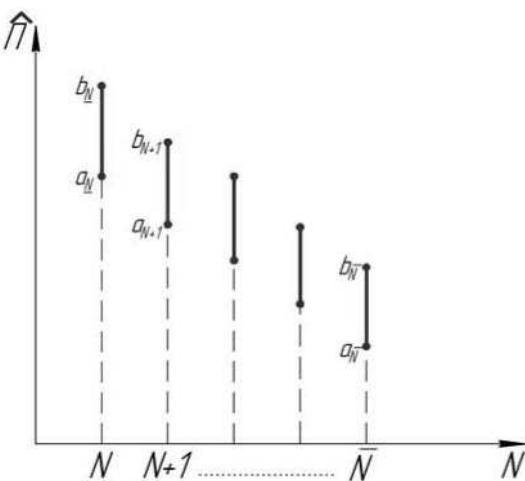


Рис. 1. Вид критериального пространства

1. Выбираем один из  $M$  рассматриваемых профилей, то есть полагаем  $j = 1$ .

2. Полагаем  $N_{jl} = N_{j1}$ . Для действующего стана максимальное значение числа проходов  $N_{jl}$  определяется числом рабочих клетей, для проектируемого — исходя из технической характеристики стана аналога.

3. Выбираем одну из  $L$  возможных схем калибровки, то есть полагаем  $l = 1$ .

4. Решаем задачу минимизации критерия (6). Для заданной схемы калибровки и значения числа проходов определяем режим обжатий, скоростей и температуру металла по проходам, обеспечивающие максимальную производительность стана.

5. Если  $l < L$  — значит расчет проведен не для всех схем калибровки, тогда берем следующую (то есть полагаем  $l = l + 1$ ) и переходим к пункту 4. В противном случае выбираем и фиксируем лучшее решение для рассматриваемого числа проходов.

6. Если  $N_{ij} > N_{ij}$ , то есть уменьшение числа проходов еще возможно без нарушения ограничений (8), то полагаем  $N_{ij} = N_{ij} - 1$  и переходим к пункту 3.

7. Если  $j < M$  — расчет проведен не для всех профилей, берем следующий (полагаем  $j = j + 1$ ) и переходим к пункту 2. В противном случае первый этап решения закончен.

В результате первого этапа решения получаем значения критериев  $\hat{P}$  и  $N$ , которые соответствуют нижним точкам  $a_i$  значений решетчатой функции (см. рис. 1). Очевидно, что эти точки и составляют множество Парето. Причем критериальное пространство может строиться отдельно для каждого профиля. Выбор окончательного решения производится экспертами, учитывающими дополнительную информацию об особенностях технологического процесса на конкретном стане. При этом для каждого профиля выбор решения сводится к анализу нескольких точек (обычно число проходов изменяется в очень небольших пределах).

Преимущество предлагаемого подхода заключается в том, что исходная задача размерности  $N \times V$  (где  $N$  — суммарное значение возможных величин числа проходов, а  $V$  — рассматриваемое число точек из допустимых областей управляемых переменных) разбивается на  $N$  подзадач размерности  $V$ . Таким образом можно значительно увеличить число рассматриваемых точек и тем самым повысить точность решения.

Предлагаемая схема решения применяется при разработке алгоритмов оптимизации калибровок прокатных валков действующих и проектируемых станов.

### Вывод

Разработана математическая модель процесса прокатки в виде задачи оптимального управления дискретной системой. Предложена схема решения задачи с учетом двух критериев — производительности стана и числа проходов. Математическая модель применяется при оптимизации калибровок прокатных валков сортовых станов.

### Литература

- Смирнов В.К. Калибровка прокатных валков // В.К. Смирнов, В.А. Шилов, Ю.В. Инатович. — М.: Металлургия, 1987. — 368 с.
- Оптимизация прокатного производства / А.Н. Скороходов и др. — М.: Металлургия, 1983. — 432 с.
- Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем // Ю.А. Дубов, С.И. Травкин, В.Н. Якимец — М.: Наука, 1986. — 396 с.
- Михалевич В.С., Волкович В.Л. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. — М.: Наука, 1982. — 288 с.
- Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. — М.: Наука, 1971. — 383 с.
- Метс А.Ф. Организация производства в прокатных цехах. — М.: Металлургия, 1969. — 316 с.
- Илюкович Б.М., Меркуьев С.Е. К вопросу постановки задачи оптимального управления и проектирования калибровок прокатных валков // Изв. вуз. Черная металлургия, 1974. — № 2. — С. 91–94.
- Шилов В.А. Система автоматизированных расчетов оптимальных калибровок простых сортовых профилей. Сообщение 1 / В.А. Шилов, И.А. Колобков, В.К. Смирнов // Изв. вузов. Черная металлургия, 1982. — № 4. — С. 50–55.
- Шилов В.А. Система автоматизированных расчетов оптимальных калибровок простых сортовых профилей. Сообщение 2 / В.А. Шилов, И.А. Колобков, В.К. Смирнов // Изв. вузов. Черная металлургия, 1982. — № 6. — С. 65–69.
- Лехов О.С. Оптимизация основных параметров прокатного комплекса для производства заготовок / О.С. Лехов, А.В. Малахов, В.В. Бажутин, А.Г. Жигалин // Изв. вузов. Черная металлургия, 1987. — № 2. — С. 39–44.